Cheminements et Connexité

Chemin et chaîne

Chemin et circuit (orienté)

- On note λ la taille d'un chemin = le nombre d'arc nécessaires.
- Dans le cas d'un 1-graphe, on peut décrire un chemin par la succession ordonnée des sommets rencontrés.
- Par convention, un chemin d'un sommet vers lui-même, a une longueur 0.
- <u>**Circuit :**</u> Chemin dont les extrémités coïncident.

Chaîne et cycle (non orienté)

Dans le cas d'un graphe non orienté : le chemin s'appelle chaîne et le circuit, cycle.

On définit

- <u>**Chemin/chaîne élémentaire :**</u> si il ne rencontre pas 2 fois le même sommet.
- <u>**Chemin/chaîne simple :**</u> ne pas 2 fois par le même arc.
- <u>**Chemin/chaîne Euclidienne :**</u> si elle n'emprunte qu'une seule fois toutes les arc/arêtes.
- <u>**Chemin/chaîne Hamiltonienne :**</u> si elle passe une fois par tous les sommets.

Connexité

Un graphe est dit connexe si, pour tout couple s et t, il existe une **chaîne** joignant s à t.

La relation $s\mathcal{R}t = \begin{cases} \text{soit s=t} \\ \text{soit } \exists \text{ 1 chaîne joignant s et t} \end{cases}$ est une relation **d'équivalence**.

Classes d'équivalence

$$cl(s) = \{t \in S \mid s\mathcal{R}t\} \subset S$$

Connexité

Les classes d'équivalences forment des sous graphes associés que l'on appelle : **composantes connexes**.

Le nombre de connexité d'un graphe est le nombre de classes d'équivalence distinctes.

Si ce nombre est 1, le graphe est dit **connexe** (toute composante connexe est un graphe connexe).

Forte connexité

Un graphe est dit connexe si, pour tout couple s et t, il existe un **chemin** joignant s à t.

La relation $s\mathcal{R}t = \begin{cases} \text{soit s=t} \\ \text{soit } \exists \text{ 1 chemin joignant s et t} \end{cases}$ est une relation **d'équivalence**.

Classes d'équivalence

$$cl(s) = \{t \in S \mid s\mathcal{R}t\} \subset S$$

Connexité

Les classes d'équivalences forment des sous graphes associés que l'on appelle : **composantes fortement connexes**.

Si ce nombre est 1, le graphe est dit **fortement connexe** (toute composante connexe est un graphe connexe).

⚠ LA CONNEXITE FAIT REFERENCE A DES CHAINES (on ne tient pas compte de l'orientation)

⚠ LA FORTE CONNEXITE FAIT REFERENCE A DES CHEMINS (on tient compte de l'orientation dans le cas d'un graphe orienté)

Définition : Graphe réduit

Un graphe réduit G_r est le quotient du graphe par la relation d'équivalence $\mathcal{R}$.

$$Gr = \frac{G}{\mathcal{R}}$$

Il suffit de remplacer graphiquement les sommets des CFC par un unique cercle représentant la CFC elle-même et ses liaisons aux autres CFC ou sommets isolés

Algorithmes de détermination des CFC

Basée sur le transposé

1. Parcours en profondeur du graphe G. On construit une liste en ordre suffixe. On obtient un arbre en cas de graphe fortement connexe. Une forêt sinon.
2. On parcourt le transposé du graphe G, ${}^{t}G$, en partant du dernier sommet de la liste L
   a. Tous les sommets ont été visités : le graphe est fortement connexe.
   b. Certains n'ont pas été visités. Ceux visités forment une CFC. Et on recommence le 2. à partir du dernier sommet de L non visité.

Par marquage

- **<u>Marquage + :</u>** ensemble des sommets accessibles depuis s (s inclus).
- **<u>Marquage - :</u>** ensemble des sommets depuis lequel s est accessible (s inclus).

Next : Chemins et connexité

RESSOURCES COMPLEMENTAIRES :

- **Wikipedia :**